Нелинейная модель колебаний уровня Каспия в палеовремени

А. В. Фролов

Институт водных проблем РАН, Москва 119333, Россия

e-mail: anatolyfrolov@yandex.ru

(а)

(б)

Рис.1. (а) – картосхема распространения позднехвалынской трансгрессии – по [11], (б) – космический снимок Каспия. Береговые линии на (а): *1* – максимальной стадии 0–2 м (м БС), *2* – сартасской стадии 10–12 м, *3* – на высотах –16…–17 м; *4* – абразионные берега; *5* – береговые аккумулятивные формы; *6* – позднехвалынские дельты и прибрежно-аллювиальные равнины; *7* – врезанные дельты; *8* – риссовые берега. Фото с сайта Instagram:com/p/CAZ5SGtAn56.

Caspian Sea Bathymetry (m), Budgell et al.

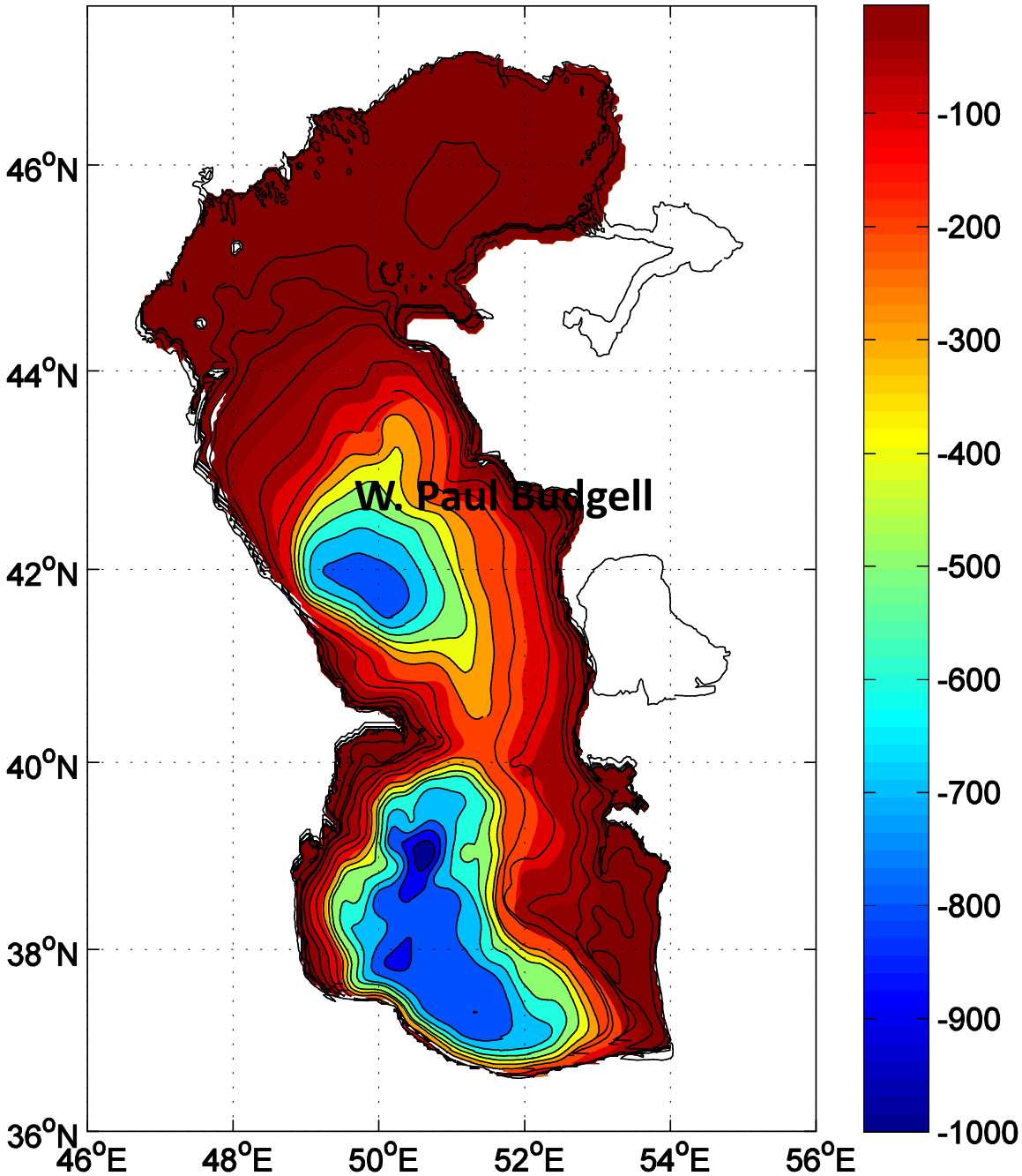

Рис.2.

Таблица 1. Испарение с акватории Каспийского моря [1б] и морфометрические характеристики моря [7] (при отметке уровня –28.0 м БС)

Характеристика	Северный Каспий	Средний Каспий	Южный Каспий	Все море
Испарение, см/год	101	81	103	101
Средняя глубина, м	4.4	192	345	208
Площадь, тыс. км^2	90.1	137.8	148.5	376.3

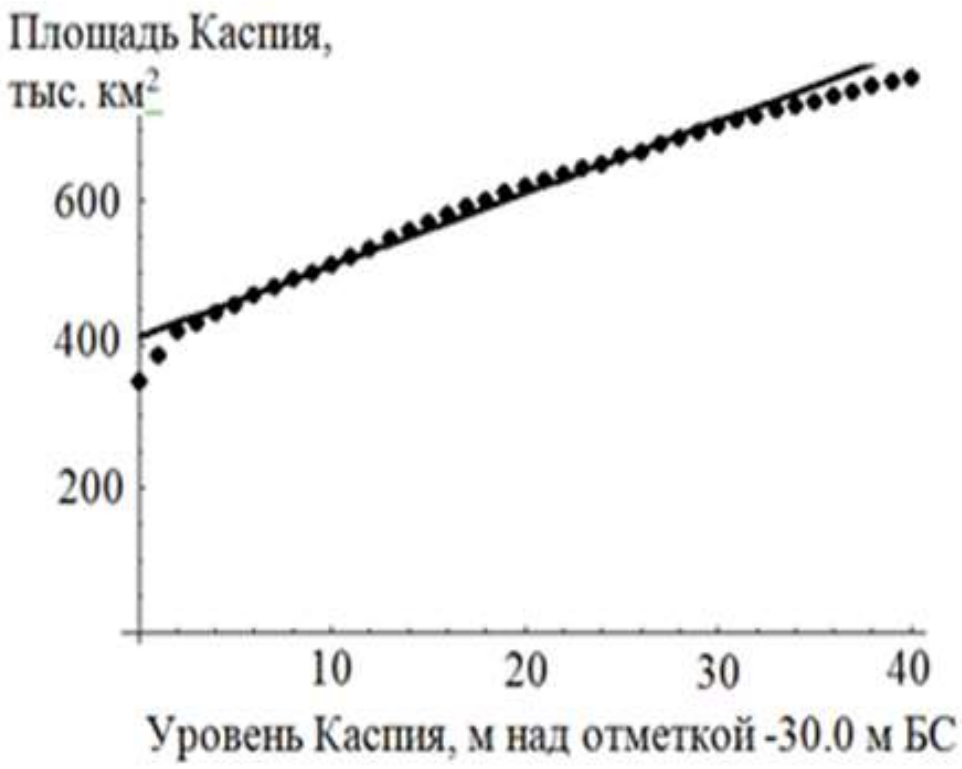

Рис.3. Зависимость площади Каспия от уровня: точки – по данным [17], линия – аппроксимация F=410 +10h (тыс. км²).

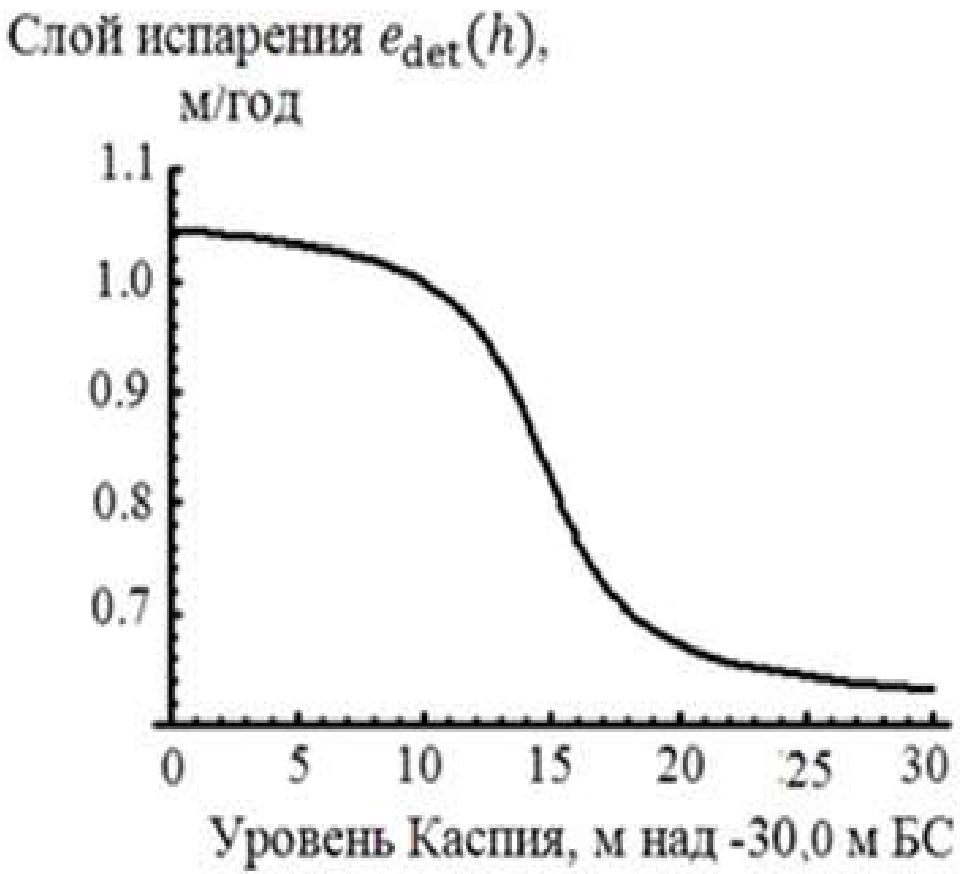

Рис.4. Зависимость слоя испарения $e_{det}(h)$ с мелководной части Каспия от глубины (уровня) моря.

Рис.5. 1 – зависимость суммарного объема испаряемой воды $E(h) = e_{\mathrm{det}}(h)\, F_s(h) + F_d\, \bar{e}$ с акватории всего Каспия от уровня моря, 2 – средний объем притока в море, $S1$ и $S2$ устойчивые равновесные уровни, U – неустойчивый равновесный уровень Каспия.

Многолетние колебания уровня Каспийского моря описываются уравнением

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{\overline{v}^{+}}{F(h)} - \frac{e_{\det}(h)\,F_s(h) + F_d\,\overline{e}}{F(h)} + \frac{\widetilde{v}^{+}(t)}{F(h)} - e_{\text{stoch}},$$

где h – уровень воды в Каспии, $v^{+}(t) = \overline{v}^{+} + \widetilde{v}^{+}(t)$ – приходная часть водного баланса, образованная суммой речного притока и осадков на акваторию моря; $\overline{v}^{+}$ – среднее притока, $\widetilde{v}^{+}(t)$ – флюктуации притока относительно среднего $\overline{v}^{+}$; $e_{\det}(h)$ и e_{stoch} – испарение, зависящее от уровня, и стохастическая компонента в испарении со всей акватории соответственно; $\overline{e}$ – средняя величина испарения с глубоководной части моря; $F(h)$, $F_s(h)$, $F_d = \text{const}$

Уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова

Стационарная плотность распределения уровня $p(h)$, отвечающая динамическому уравнению (9), находится как решение уравнения ФПК при граничных условиях нулевого потока вероятности [5, 21, 25] в виде

$$p(h) = \frac{C}{g(h)} \exp\left[\frac{2}{N_0} \int_{h'}^{h} \frac{f(x)}{g^2(x)} dx\right],$$

где N_0 – коэффициент интенсивности белого шума $g(t)$; $N_0 = 4\int_0^{\infty} k(\tau)d\tau$, где $k(\tau)$ковариационная функция процесса $g(t)$; C – нормировочный коэффициент, определяемый из условия $\int_0^{+\infty} p(h)dh = 1$.

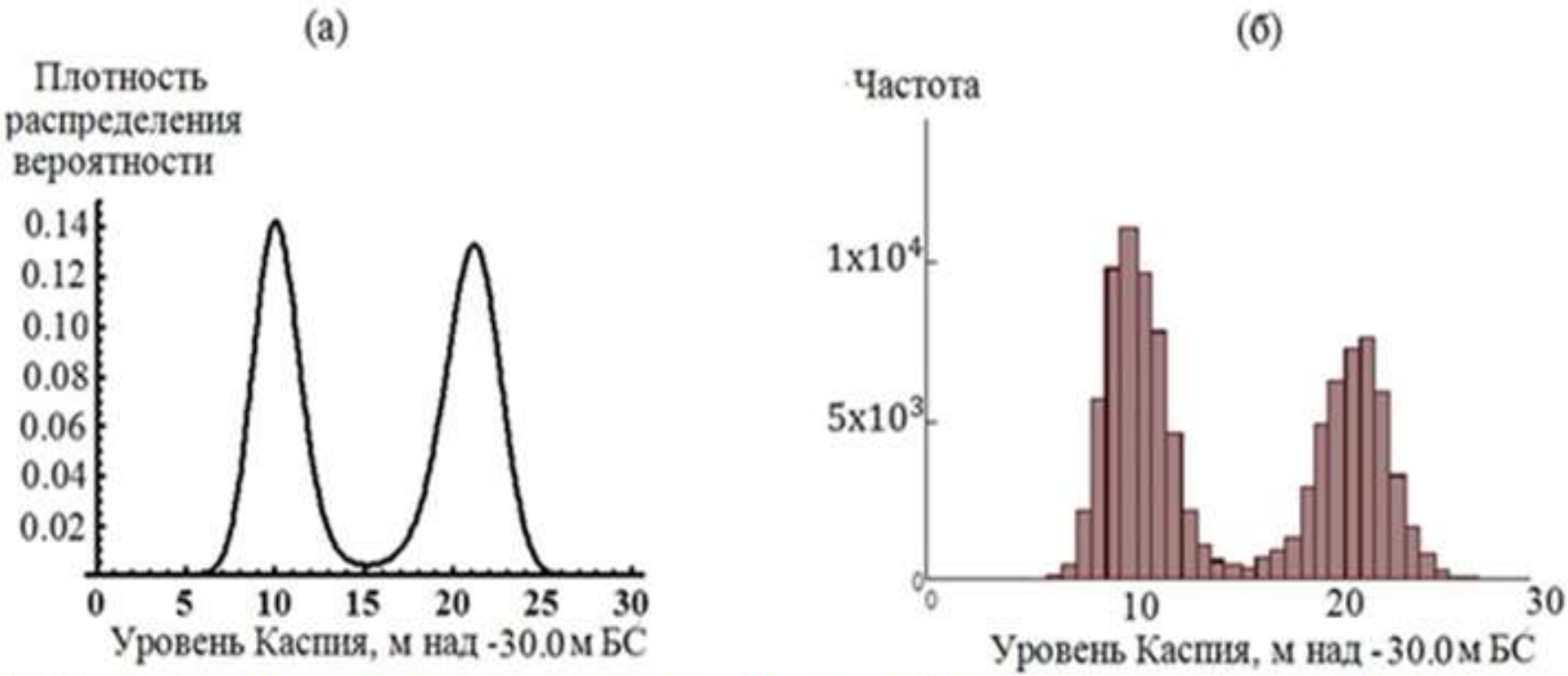

Рис.6. (а) – плотность распределения вероятности уровня Каспия в соответствии с уравнением Фоккера–Планка–Колмогорова; (б) – гистограмма уровня Каспия, полученная методом имитационного моделирования на основе дискретного аналога дифференциального уравнения (6).

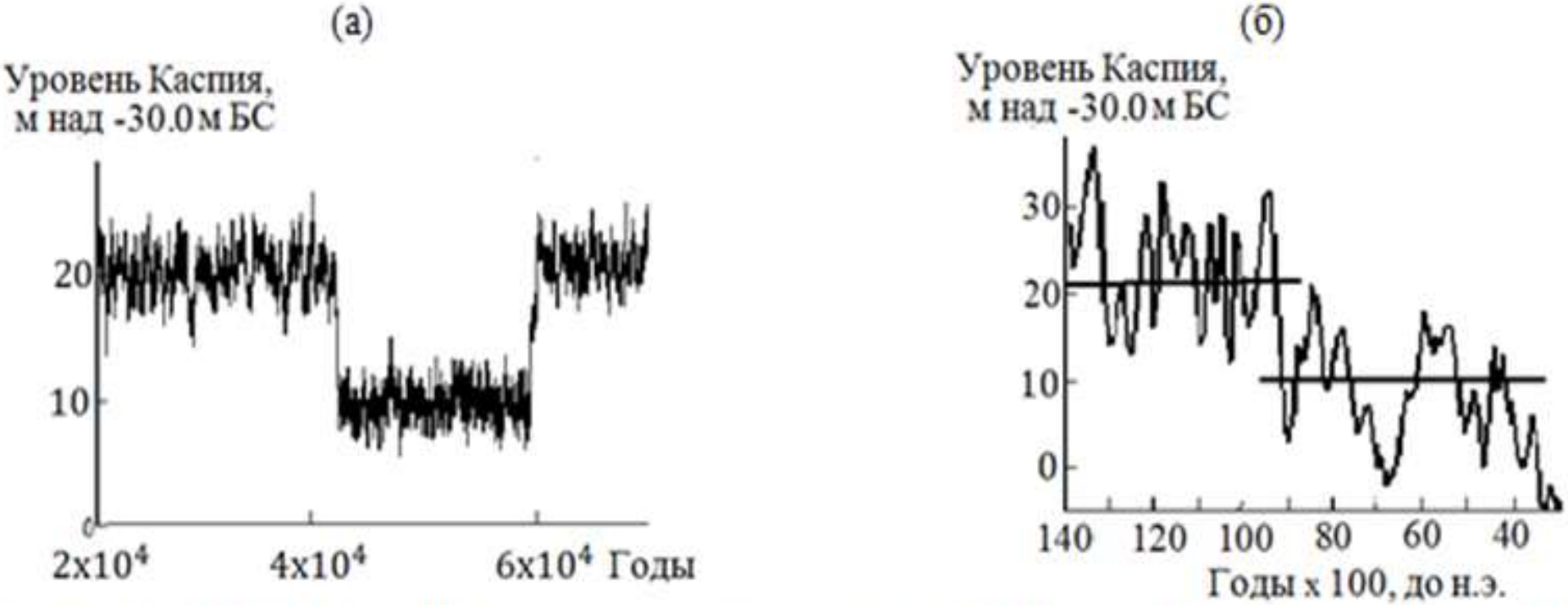

Рис.7. (а) – фрагмент реализации смоделированного ряда уровней Каспия; (б) – изменения уровня Каспия в палеовремени (по данным из [1]).

ИВП РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ВОДНЫХ ПРОБЛЕМ
с 1967 года

Спасибо за внимание